

Conceptos: Elemento ( $\in$ ), Extensión vs. Comprensión, Finito e Infinito.

1. Exprese por **extensión** el conjunto  $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 < x \leq 2\}$ .
2. Exprese por **comprensión** el conjunto  $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ .
3. Determine si el conjunto  $C = \{x \in \mathbb{Q} \mid 0 < x < 1\}$  es finito o infinito.
4. Indique si es Verdadero o Falso: Si  $A = \{1, 2, \{3\}\}$ , entonces  $\{3\} \in A$ .
5. Defina por comprensión el conjunto de los números naturales impares menores a 20.
6. ¿Cuál es la diferencia entre el conjunto vacío  $\emptyset$  y el conjunto  $\{\emptyset\}$ ?
7. Escriba el conjunto de las letras de la palabra "MATEMATICAS" por extensión.
8. Clasifique como finito o infinito:  $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 = 4\}$ .
9. Sea  $E = \{x \mid x \text{ es un grano de arena en el mar}\}$ . ¿Es un conjunto finito o infinito? Justifique.
10. Represente simbólicamente: "El número 5 pertenece al conjunto de los números primos".

Conceptos: Igualdad, Inclusión ( $\subset$ ), Universo ( $U$ ), Potencia  $P(A)$  y Cardinalidad ( $n$ ).

11. Si  $A = \{1, 2\}$  y  $B = \{2, 1, 1\}$ , ¿se cumple que  $A = B$ ?
12. Halle el **conjunto potencia**  $P(A)$  si  $A = \{a, b\}$ .
13. Si un conjunto tiene 5 elementos, ¿cuántos elementos tiene su conjunto potencia?
14. Determine la **cardinalidad** de  $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 < 50\}$ .
15. Dados  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  y  $B = \{2, 4\}$ , escriba la relación de inclusión entre ellos.
16. Defina un **conjunto universo**  $U$  adecuado para los conjuntos  $P = \{\text{perro}\}$  y  $G = \{\text{gato}\}$ .
17. Halle  $P(\emptyset)$  (el conjunto potencia del conjunto vacío).
18. Si  $n(A) = 10$ , ¿cuántos subconjuntos propios tiene  $A$ ? (Un subconjunto propio es cualquiera excepto el mismo  $A$ ).
19. Demuestre que si  $A \subset B$  y  $B \subset C$ , entonces  $A \subset C$ .
20. Determine si  $\{a\} \subset \{a, \{a\}\}$ .

Conceptos: Unión, Intersección, Diferencia y Diferencia Simétrica.

21. Dados  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  y  $B = \{3, 4, 5, 6\}$ , halle  $A \cup B$  y  $A \cap B$ .
22. Con los mismos conjuntos del ejercicio anterior, halle  $A - B$  y  $B - A$ .
23. Calcule la **diferencia simétrica**  $A \Delta B$  para  $A = \{a, b, c\}$  y  $B = \{c, d, e\}$ .
24. Si  $U = \{1, 2, \dots, 10\}$  y  $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ , halle el **complemento**  $A^c$ .
25. Sombree en un **Diagrama de Venn** la región que representa  $(A \cap B) \cup C$ .
26. Sean  $A$  y  $B$  disjuntos. ¿A qué es igual  $A \cap B$ ?
27. Si  $A \cup B = A$ , ¿qué se puede decir de la relación entre  $A$  y  $B$ ?
28. Halle  $(A - B) \cap B$ . Justifique su respuesta.
29. Simplifique la expresión:  $A \cap (A \cup B)$ .
30. Represente mediante un diagrama de Venn:  $(A \Delta B) \Delta C$ .

Conceptos: Leyes de De Morgan, Distributiva, Idempotencia y Absorción.

31. Demuestre usando Diagramas de Venn la **Ley de De Morgan**:  $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$ .
32. Use las leyes del álgebra de conjuntos para simplificar:  $(A \cap B) \cup (A \cap B^c)$ .
33. Demuestre que  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ .
34. Aplique la **Ley de Absorción** para simplificar  $A \cup (A \cap B)$ .
35. Demuestre que  $A - B = A \cap B^c$ .
36. Simplifique:  $(A \cup \emptyset) \cap (B \cup U)$ .
37. Use leyes lógicas para probar que  $A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$ .
38. Demuestre que el complemento del universo es el vacío:  $U^c = \emptyset$ .
39. ¿A qué es igual  $(A^c)^c$ ? Nombre la ley.
40. Simplifique:  $A \cup A^c$ .

Conceptos: Producto  $A \times B$ , pares ordenados y coordenadas.

41. Si  $A = \{1, 2\}$  y  $B = \{x, y\}$ , halle el **producto cartesiano**  $A \times B$ .
42. ¿Es cierto que  $A \times B = B \times A$ ? De un contraejemplo.
43. Si  $n(A) = 3$  y  $n(B) = 4$ , ¿cuántos elementos tiene  $A \times B$ ?
44. Grafique en el **plano cartesiano** los puntos  $P_1(2, 3)$ ,  $P_2(-1, 4)$ ,  $P_3(-3, -2)$  y  $P_4(5, -1)$ .
45. Indique en qué cuadrante se encuentra el punto  $(-5, 8)$ .
46. Halle  $A^2$  (que es  $A \times A$ ) si  $A = \{0, 1\}$ .
47. Si  $(x + 1, 5) = (3, y - 2)$ , halle los valores de  $x$  e  $y$ .
48. Describa el conjunto de puntos  $(x, y)$  tales que  $x > 0$  e  $y < 0$ .
49. Represente gráficamente el conjunto  $A \times B$  donde  $A = \{1, 2, 3\}$  y  $B = \{2, 4\}$ .
50. Si  $A \times B = \{(a, 1), (a, 2), (b, 1), (b, 2)\}$ , identifique los conjuntos  $A$  y  $B$ .

Conceptos: *Distancia entre puntos, punto medio y aplicaciones.*

51. Calcule la **distancia** entre los puntos  $A(1, 2)$  y  $B(4, 6)$ .
52. Halle la distancia entre el origen  $(0, 0)$  y el punto  $(-5, 12)$ .
53. Determine el **punto medio** del segmento que une a  $P(2, 8)$  y  $Q(6, 4)$ .
54. Si la distancia entre  $(x, 0)$  y  $(0, 3)$  es 5, halle el valor de  $x$ .
55. Demuestre que el triángulo con vértices  $A(0, 0)$ ,  $B(4, 0)$  y  $C(2, 4)$  es isósceles.
56. Calcule el perímetro del triángulo cuyos vértices son  $A(-1, 1)$ ,  $B(3, 1)$  y  $C(1, 4)$ .
57. Halle las coordenadas de un punto que esté a una distancia de 10 unidades del origen y sobre el eje  $X$ .
58. Determine si los puntos  $(1, 1)$ ,  $(2, 2)$  y  $(5, 5)$  son colineales.
59. Halle el centro de una circunferencia si los extremos de uno de sus diámetros son  $(2, 3)$  y  $(-4, 7)$ .
60. Calcule el área de un cuadrado si dos de sus vértices consecutivos son  $(1, 1)$  y  $(1, 4)$ .